

УДК 62-192: 621.643

**БАЙЕСОВСКАЯ ПЕРЕОЦЕНКА ЧИСЛА ДЕФЕКТОВ В ТРУБОПРОВОДЕ**

**В.В. Кузнецов, М.Г. Малюкова, С.А. Тимашев**

Научно-инженерный центр «Надежность и ресурс больших систем и машин» УрО РАН,  
г. Екатеринбург, Россия

**1. Введение.** Анализ методов надежности, используемых в настоящее время при проектировании и эксплуатации трубопроводов, показывает, что классический подход, заимствованный из структурной теории надежности – рассмотрение трубопровода как системы последовательно соединенных элементов – не работает, по следующим причинам: 1) не все реально присутствующие в трубопроводе дефекты способны обеспечить вклад в POF – вероятность отказа (ВО) трубопровода при заданной глубине прогнозирования отказов по времени и принятой модели повреждения; 2) результаты любой внутритрубной инспекции не дают истинное число фактических дефектов. Множество дефектов, обнаруженных с помощью используемых внутритрубных инструментов (ВТИ), как правило, содержит подмножество ложных дефектов, которое оказывает серьезное влияние на количественную оценку POF.

В соответствии с полной классификацией дефектов труб по результатам инспекций, данной впервые, насколько известно авторам, в 2002 в работе [2], всегда имеется четыре группы аномалий (особенностей), которые обнаруживаются при ВТД: истинные (правильно обнаруженные), ложно обнаруженные (фантомные), ложно необнаруженные (пропущенные), и правильно необнаруженные (участки без дефектов). Из этих четырех подмножеств аномалий первые три представляют наибольший интерес, так как они непосредственно влияют на надежность трубопроводов. Однако, даже в Стандарте API 1163, опубликованном в 2005 году, вероятность необнаружения дефекта была исключена из прямого рассмотрения. В настоящее время среди диагностов трубопроводов возрастает признание того, что все три группы дефектов – истинные (правильно обнаруженные), ложно обнаруженные и ложно необнаруженные – должны приниматься во внимание при оценке вероятности отказа (ВО) трубопровода [2]. Более того, эти три подмножества дефектов, если они известны, позволяют оценивать фактическое число дефектов в трубопроводе с помощью некоторой процедуры корректировки. Одним из наиболее эффективных методов корректировки вероятностных оценок физических параметров являются методы, разработанные на основе подхода Байеса. Они находят широкое приложение в различных областях науки и техники [3-8].

В данной статье описывается приложение общей процедуры Байеса к оценке истинного числа дефектов определенного типа в действующем трубопроводе. Байесовскую процедуру для данного случая можно кратко описать следующим образом.

До получения новой информации лицо, принимающее решение (ЛПР), рассматривает степень своего доверия к возможным статистическим результатам ВТД – конкурирующим функциям плотности вероятности (ФПВ). При поступлении новой информации в виде экспериментальных или наблюдаемых данных, теорема Байеса позволяет скорректировать существующие вероятности и пересмотреть уровень доверия к принятой модели, принимая во внимание полученную информацию. Сущность метода состоит в суммировании уже имеющегося (до анализа опытных данных) знания о неизвестном базовом параметре, определяющем выбранную статистическую модель, с

информацией, полученной в ходе эксперимента. В данном случае применение ФПВ свидетельствует о неопределенности наших знаний о значении параметра, а также о том, что эта неопределенность может быть представлена с помощью подходящей ФПВ.

**2. Зернистая природа вероятности при оценке ВО для трубопроводов, инспектируемых с помощью ВТИ и ВИ.** Известно, что при оценке надежности эксплуатируемого трубопровода с дефектами как системы последовательно соединенных элементов, классический подход, взятый из структурной теории надежности, приводит к нереально низкой надежности сегмента трубопровода или трубопровода в целом. Корректное решение этой задачи предполагает описание стохастической эволюции всего набора дефектов, присутствующих в трубопроводе, как единого ансамбля. Такое описание оказалось возможным с помощью Марковских моделей роста дефектов [9]. Рассматривая дефекты как полную группу событий, можно прийти к выводу, что вероятность имеет зернистую природу, поскольку она может изменяться только за счет неделимых вероятностных масс (гранул), каждая из которых имеет массу, равную  $1/N$ . Здесь  $N$  – общее число присутствующих в трубопроводе дефектов, которые в заданный момент времени могут реально внести вклад в ВО (разрушение) трубопровода. Поэтому учет несуществующих (фантомных) дефектов вызывает ошибки в оценке ВО, так как они уменьшают вероятностную массу каждой реальной вероятностной гранулы. Аналогично, упущение из вероятностного рассмотрения некоторых истинных дефектов может внести большую погрешность в оценку ВО для трубопровода как системы.

**3. Основы Байесовского анализа данных, полученных при внутритрубной инспекции.** В этом разделе показано применение Байесовского подхода [1,3-8] для прогнозирования наиболее вероятного размера выборки в соответствии с предварительно полученными результатами. При этом используются различные типы ФПВ: априорная, выборочная (функция правдоподобия), апостериорная и маргинальная.

При уточнении априорной информации с помощью дополнительного эксперимента предполагается, что вектор  $Y$  является компонентой случайного вектора, представляющей экспериментальные данные, а вектор  $\theta$  – базовый параметр, характеризующий семейство плотностей распределения для полученных данных. Значение параметра  $\theta$  неизвестно, задается только его априорное распределение  $p(\theta)$ , отражающее априорное знание ЛПР о параметре.

Выбор типа априорного распределения  $p(\theta)$ , соответствующего физической природе проводимых измерений, является наиболее важным шагом в построении вероятностной модели задачи. Другой важный шаг – задание подходящего выборочного распределения  $f(y|\theta)$  для выборки полученных данных  $Y$  при заданном параметре  $\theta$ . Термин «выборка» означает, что исход эксперимента сопровождается выборкой объектов из неизвестной нам совокупности. Если известны данные  $Y$ , то выборочное распределение можно рассматривать как функцию  $f(y|\theta)$  неизвестного параметра модели  $\theta$ . После получения экспериментальной реализации вектора  $Y$  априорное распределение  $p(\theta)$  может быть модернизировано с использованием новой информации в апостериорное распределение  $p(\theta|y)$  при умножении  $p(\theta)$  на функцию правдоподобия  $f(y|\theta)$  и нормализации полученного произведения. В соответствии с формулой Байеса апостериорное распределение  $p(\theta|y)$  параметра  $\theta$  может быть найдено из соотношения [6]:

$$p(\theta|y) = \frac{f(y|\theta)p(\theta)}{m(y)} \quad (1)$$

Здесь  $m(\mathbf{y})$  - нормирующий коэффициент, равный

Часто на практике целью анализа является количественная оценка исхода будущего

$$m(\mathbf{y}) = \int_{\theta} f(\mathbf{y}|\theta) p(\theta) d\theta \quad (2)$$

эксперимента. Пусть вектор  $\mathbf{Z}$  - ожидаемая выборка. Прогнозируемая вероятность  $p(\mathbf{z}|\mathbf{y})$  для предполагаемой выборки  $\mathbf{z}$  при апостериорном распределении параметра  $p(\theta|\mathbf{y})$ , основанном на поступивших данных, может быть получена интегрированием произведения двух функций - правдоподобия и апостериорного распределения параметра  $\theta$ :

$$p(\mathbf{z}|\mathbf{y}) = \int_{\theta} f(\mathbf{z}|\theta) p(\theta|\mathbf{y}) d\theta \quad (3)$$

**4. Вероятность истинного обнаружения PTD.** В Стандарте API 1163 вероятность обнаружения дефекта (POD) определяется как вероятность обнаружения аномалии (особенности) с помощью средств неразрушающего контроля. В данной статье авторы принимают за POD вероятность обнаружения истинного дефекта -- PTD (вероятность истинного обнаружения). PTD является выпуклой, монотонно возрастающей функцией размера дефекта (см.Рис.6, кривые 1 и 2), и принимает значение PTD=0 в случае, когда размер дефекта  $d$  ниже некоторого размера  $d_{th}$ , называемого разрешающей способностью инструмента (технологии измерения). Любые, меньшие по величине, дефекты невидимы для инструмента (технологии измерения). При некотором предельном размере параметра дефекта  $d_u$  (обнаруживаемом при ВТД практически со 100%-ной гарантией) значение PTD практически равно единице. В API 1163 даются примеры размеров дефектов при PTD=0,9. Размер дефекта типа потеря металла (при использовании технологии MFL), соответствующего PTD=0,9, составляет 0,1 толщины стенки трубы. Кривая PTD может быть построена только при одновременном учете трех вероятностей - истинного обнаружения (PTD), ложного необнаружения (PFND) и ложного обнаружения (PFD), характеризующих в совокупности особенности измерительного инструмента (здесь мы намеренно не рассматриваем вероятность фактической идентификации (PTI), которая также дает вклад в окончательную оценку PTD).

Для кривой PTD, имеющей две асимптоты - горизонтальную при PTD=1 и вертикальную при  $d = d_{th} - \varepsilon$  ( $\varepsilon$  - малая величина) - авторы предлагают аппроксимацию в виде композиции двух гиперболических функций (4), проходящих соответственно через точки  $(d_{th}, 0)$ ,  $(0,1;0,9)$  и  $(0,1;0,9)$ ,  $(d_u, P_u = 0,9999; -0,999999)$ , координаты которых  $d_{th}$ ,  $d_u$ , 0,1, 0,9 и  $P_u$  являются существенными переменными.

$$PTD(d^*) = \begin{cases} 1 - \frac{a_0}{d^* - (d_{th}^* - a_0)}, & d_{th}^* \leq d^* \leq 0,1 \\ 1 - \frac{b_0}{d^* - b_1}, & 0,1 \leq d^* \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

В уравнении (4) принято:

$$d^* = d/t, \quad a_0 = \frac{0,01 - 0,1d_{ih}^*}{0,9}, \quad b_0 = 0,1(0,1 - b_1), \quad b_1 = \frac{0,01 + P_u d_u^* - d_u^*}{0,1 + P_u - 1},$$

$d_{ih}^* = d_{ih}/t, \quad d_u^* = d_u/t, \quad t$  - толщина стенки трубы.

**5. Приложение Байесовского подхода к оценке числа истинных дефектов в трубопроводе.** Описанный выше подход использован для решения практической задачи уточнения (при прогнозировании) числа фактических дефектов в проинспектированном сегменте трубопровода, который, согласно ВТ инспекции и верификации, содержит определенное число опасных дефектов.

В [1] дана методология построения полной гистограммы истинных дефектов для всего набора интервалов возможной глубины дефекта  $(0, t)$ . Поскольку результатом каждого замера (после соответствующей обработки) может быть получение либо истинного, либо ложного (ложно-обнаруженного и ложно-необнаруженного) дефекта, то для данных количества истинных дефектов и алгебраической суммы ложно-обнаруженных и ложно-необнаруженных дефектов можно использовать модель Бернулли. Основное допущение при этом состоит в том, что получение по результатам каждого замера истинного или ложного дефекта условно не зависит от соотношения истинных/ложных дефектов в других замерах, в предположении, что известна вероятность обнаружения истинного дефекта, по крайней мере, для некоторых измерений. После получения, по результатам инспекции, новых данных об обнаруженных и истинных дефектах на сегменте трубопровода с помощью описанного выше алгоритма можно дать прогнозную оценку наиболее вероятного числа истинных дефектов по интервалам, для ожидаемых (предполагаемых) в них размеров выборок обнаруженных дефектов.

**6. Постановка задачи Байесовского уточнения числа дефектов в эксплуатируемом трубопроводе после его инспекции.** Предположим, что в результате замера при ВТИ и верификации на сегменте трубы и последующей обработки результатов (как указано в [1]) получены следующие данные:

общее число обнаруженных дефектов на рассматриваемом сегменте -  $N_I$ ; число обнаруженных дефектов в  $j$ -ом интервале (при разбиении толщины стенки трубы на  $j=1, 2, \dots, k$  равных интервалов) --  $N_j$ , так что  $\sum_j N_j = N_I$ ; число фактических дефектов в  $j$ -ом интервале -  $N_{t,j}$ .

Обозначим возможную будущую выборку обнаруженных дефектов в  $j$ -ом интервале через  $z_{1,j} = 0, 1, 2, \dots, m$ . Предположим, что размер выборки равен  $m = N_j^{(f)}$ , где  $N_j^{(f)}$  - максимальное число предполагаемых в интервале обнаруженных дефектов. Введем в рассмотрение базовый параметр  $\pi_j$  для  $j$ -ого интервала:  $\pi_j$  - вероятность установления числа истинных дефектов по числу обнаруженных. Значение  $\pi_j$  неизвестно, задается только априорное распределение  $p(\pi_j)$ .

Для заданного в  $j$ -ом интервале априорного распределения  $p(\pi_j)$  ставится задача определения наиболее вероятного числа истинных дефектов  $z_{1,j}^*$  в этом интервале при предполагаемой в нем выборке обнаруженных дефектов  $z_{1,j} = 0, 1, 2, \dots, m, m = N_j^{(f)}$ . Предварительно необходимо дать оценку прогнозируемых (условных) вероятностей  $p(z_{1,j} | N_{t,j})$  нахождения в этом интервале  $z_{1,j} = 0, 1, 2, \dots, m$  истинных дефектов, при условии, что на основе замеров получено  $N_{t,j}$  истинных дефектов. Затем для

предполагаемой выборки  $z_{1,j} = 0, 1, 2, \dots, m$  указать наиболее вероятное число  $z_{1,j}^* \in z$ , при котором соответствующая прогнозируемая вероятность  $p(z_{1,j}^* | N_{t,j})$  принимает максимальное значение:

$$p(z_{1,j}^* | N_{t,j}) = \max_z p(z_{1,j} | N_{t,j}) \quad (5)$$

**7. Решение задачи.** Рассмотрим случай, когда скалярные параметры соответственно равны:

$$\theta = \theta_1 = \pi_j \quad (j = 1, 2, \dots, k); \quad 0 < \pi_j < 1;$$

$$y = y_{1,j} = 0, 1, 2, \dots, y_1, \quad y_1 = N_{t,j};$$

$$z = z_{1,j} = 0, 1, 2, \dots, m, \quad m = N_j^{(f)}.$$

Априорное (информативное) распределение параметра  $\pi_j$  представляется бета-распределением:

$$\begin{aligned} p(\theta_1) = p(\pi_j) = p(\pi_j | \alpha_j, \beta_j) &= \text{Beta}(\alpha = \alpha_j, \beta = \beta_j) = \\ &= \frac{\Gamma(\alpha_j + \beta_j)}{\Gamma(\alpha_j)\Gamma(\beta_j)} \pi_j^{\alpha_j-1} (1 - \pi_j)^{\beta_j-1}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\Gamma(\dots)$  - гамма-функция,  $\alpha_j, \beta_j > 0$ .

Параметры  $\alpha_j, \beta_j$  рассчитываются для каждого  $j$ -го интервала из решения системы уравнений (в данном тексте не приводится), описывающей условия близости значений математического ожидания и моды при заданных параметрах системы  $\pi_j^* = N_{t,j} / N_j$  и  $\delta = (1, 05 - : -1, 1)$ :

$$\alpha_j = \frac{1 - 2\delta\pi_j^*}{1 - \delta}, \quad \beta_j = \frac{(1 - \pi_j^*)(1 - 2\delta\pi_j^*)}{\pi_j^*(1 - \delta)} \quad (7)$$

ФПВ  $f(y_1 | \theta_1)$  и  $f(z_1 | \theta_1)$  выборочных распределений для полученных в эксперименте истинных дефектов и ожидаемых обнаруженных дефектов соответственно, взяты в виде плотностей биномиальных распределений:

$$\begin{aligned} f(y_1 | \theta_1) = f(y_1 | n, \pi_j) = f(y_1 | \pi_j) &= \binom{n}{y_1} \pi_j^{y_1} (1 - \pi_j)^{n-y_1}, \quad \binom{n}{y_1} = \frac{n!}{(n - y_1)!(y_1)!}, \\ (y_1 = 0, 1, 2, \dots, n; \quad 0 < \pi_j < 1) \end{aligned} \quad (8)$$

---


$$\begin{aligned} f(z_1 | \theta_1) = f(z_1 | \pi_j) = f(z_1 | m, \pi_j) &= \binom{m}{z_1} \pi_j^{z_1} (1 - \pi_j)^{m-z_1}, \quad \binom{m}{z_1} = \frac{m!}{(m - z_1)!(z_1)!}, \\ (z_1 = 0, 1, 2, \dots, m; \quad 0 < \pi_j < 1) \end{aligned} \quad (9)$$

где  $n = N_j$ . Нормирующий коэффициент  $m(y_1)$ , определяемый формулой (2), принимает в данном случае такой вид:

$$m(y_1) = \int_{\pi} f(y_1 | \pi_j) p(\pi_j) d\pi_j = \frac{n!}{(n - y_1)! (y_1)!} \frac{\Gamma(\alpha_j + \beta_j)}{\Gamma(\alpha_j) \Gamma(\beta_j)} + \frac{\Gamma(\alpha_j + y_1) \Gamma(\beta_j + n - 1)}{\Gamma(\alpha_j + \beta_j + y_1 + n - 1)} \quad (10)$$

В соответствии с формулой (1) для апостериорного распределения параметра  $\pi_j$  получим:

$$p(\pi_j | y_1) = \frac{\pi_j^{\alpha_j - 1 + y_1} (1 - \pi_j)^{\beta_j - 1 + n - y_1}}{\int_0^1 \pi_j^{\alpha_j - 1 + y_1} (1 - \pi_j)^{\beta_j - 1 + n - y_1} d\pi_j} \quad (11)$$

Тогда прогнозируемая вероятность (3) для предполагаемой выборки  $z_1$  может быть определена следующим образом:

$$p(z_1 | y_1) = \frac{m!}{(m - z_1)! (z_1)!} \frac{\int_0^1 \pi_j^{\alpha_j - 1 + y_1 + z_1} (1 - \pi_j)^{\beta_j - 1 + n + m - y_1 - z_1} d\pi_j}{\int_0^1 \pi_j^{\alpha_j - 1 + y_1} (1 - \pi_j)^{\beta_j - 1 + n - y_1} d\pi_j} \quad (12)$$

Правильность предложенного алгоритма в его общей форме подтверждена совпадением (с точностью до трех знаков после запятой) результатов расчета по данному алгоритму и по второму, независимому алгоритму для одного частного примера [6] (относящегося, правда, не к оценке числа дефектов в трубопроводе, а к расчету вероятности безопасного запуска метеорологических спутников), при значениях скалярных параметров  $\theta_1 = \pi$ ;  $y_1 = 3$ ;  $n = 11$ ;  $z_1 = 0, 1, 2, \dots, m$ ,  $m = 5$ ;  $\alpha = 2, 4$ ;  $\beta = 2$  [7].

**8. Анализ реальных случаев.** Описанный выше алгоритм использован далее для решения реальных задач уточнения числа истинных дефектов в эксплуатируемом трубопроводе на основе данных ВТ инспекции и верификации.

**Случай 1.** Рассматриваются результаты инспекции нефтепровода диаметр которого - 0,9м, а толщина стенки -  $9 \cdot 10^{-3}$ м [1]. На одном из его участков длиной 12м, содержащем, судя по результатам ВТД, наибольшее число дефектов, включая опасные, проводились верификационные раскопки. Результаты измерения глубин дефектов представлены в Табл.1 (вариант А). Толщина стенки трубы  $t$  разбита на 9 равных интервалов длиной  $10^{-3}$  м.

Результаты подробного анализа показаны ниже (Рис.1--6) для одного конкретного интервала глубин дефектов (№3), где число обнаруженных дефектов  $N_3 = 20$ , а число истинных  $N_{t,3} = 17$  (см. табл.1). Прогнозируемые вероятности  $p(z_{1,3} | N_{t,3})$ , рассчитанные в соответствии с формулой (12) для предполагаемого в этом интервале размера  $m = N_3^{(f)} = 27$  выборки  $z_{1,3} = 0, 1, 2, \dots, m$  обнаруженных дефектов при условии, что число истинных дефектов равно  $N_{t,3} = 17$ , приведены в Табл.2. Значение  $p(z_{1,3} | N_{t,3})$  равно

вероятности того, что в указанной выше ожидаемой выборке обнаруженных дефектов число истинных дефектов равняется  $z_{1,3}$ , при условии, что по данным эксперимента обнаружено  $N_{t,3}$  истинных дефектов.

Судя по таблице 2, наибольшее значение вероятности  $p(z_{1,3} | N_{t,3}) = 0,17$  относится к  $z_{1,3} = 24$ . Следовательно, если ожидаемая в интервале выборка обнаруженных дефектов будет иметь размер  $N_3^{(f)} = 27$ , то наиболее вероятное число истинных дефектов будет равно  $z_{1,3}^* = N_{t,3}^{(p)} = 24$ .

Представленные ниже графики на Рис.1--5 отражают алгоритм Байесовского уточнения и относятся к ФПВ в интервале №3 ( $N_3 = 20$ ;  $N_{t,3} = 17$ ;  $N_3^{(f)} = 25$ ;  $\pi_3^* = N_{t,3} / N_3 = 0,85$ ;  $\alpha_3 = 15,70$ ;  $\beta_3 = 2,77$ ;  $\delta = 1,05$ ).

Априорная ФПВ  $p(\pi_j)$  для базового параметра  $\pi_j$ , рассматриваемая как бета-функция (6), показана на рис.1.

Выборочное распределение (функция правдоподобия)  $f(y | \pi_3) = f(y | n, \pi_3)$  для выборки  $y = 0, 1, 2, 3, \dots$ ,  $N_{t,3}$  истинных дефектов в интервале при условии, что число обнаруженных в нем дефектов равно

$n = N_3$ , а соответствующее значение параметра  $\pi_3 = \pi_3^* = N_{t,3} / N_3$ , взято в виде биномиального распределения (8) и представлено на рис.2.

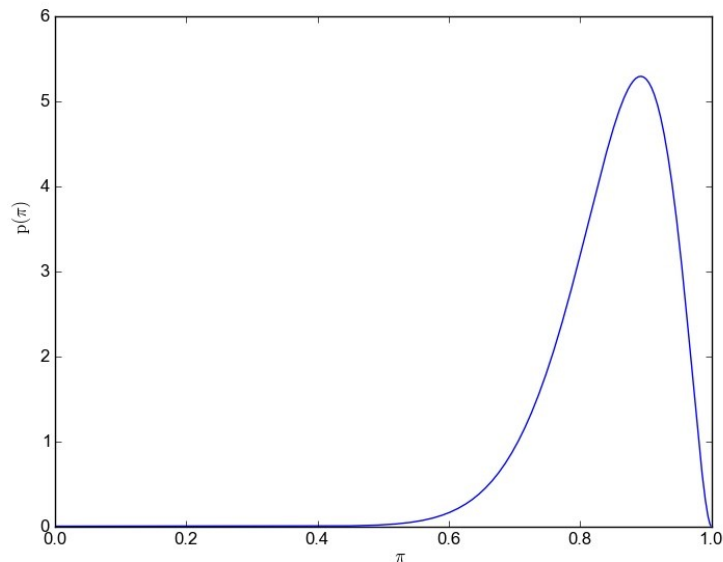
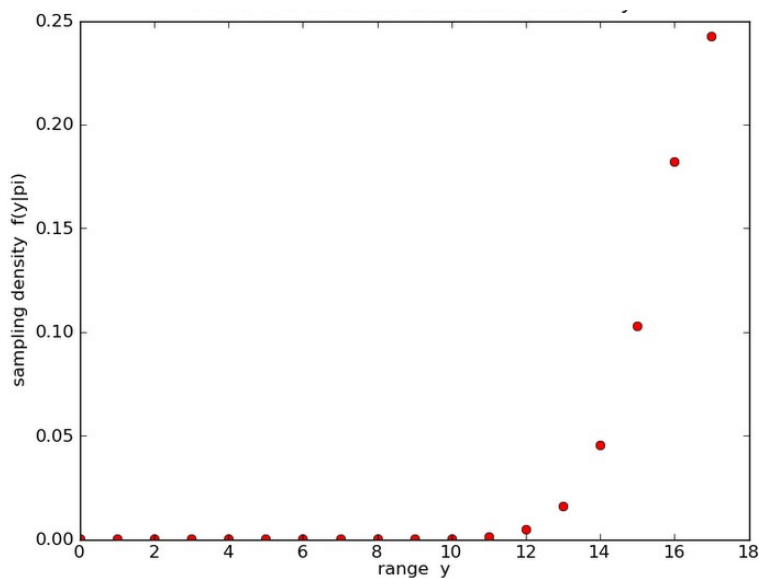
Таблица 1

1	Номер интервала по глубине дефекта, $j = 1, 2, \dots, 9$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	Интервал глубины дефекта $d$ , $10^{-3}$ м	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9
3	Число обнаруженных дефектов, $N_j$	0 0	64 64	20 20	11 19	25 25	1 1	0 0	0 0	0 0
4	Число истинных дефектов, $N_{t,j}$	0 0	42 52	17 18	10 18	25 25	1 1	0 0	0 0	0 0
5	Ожидаемый размер выборки обнаруженных дефектов, $N_j^{(f)}$	- -	90 90	27 28	18 27	- -	- -	- -	- -	- -
6	Наиболее вероятное число истинных дефектов, $z_{1,j}^* = N_{t,j}^{(p)}$	- -	60 74	24 26	17 27	- -	- -	- -	- -	- -

Примечание: В строках 3-6 верхний ряд чисел относится к случаю А, а нижний ряд - к случаю В.

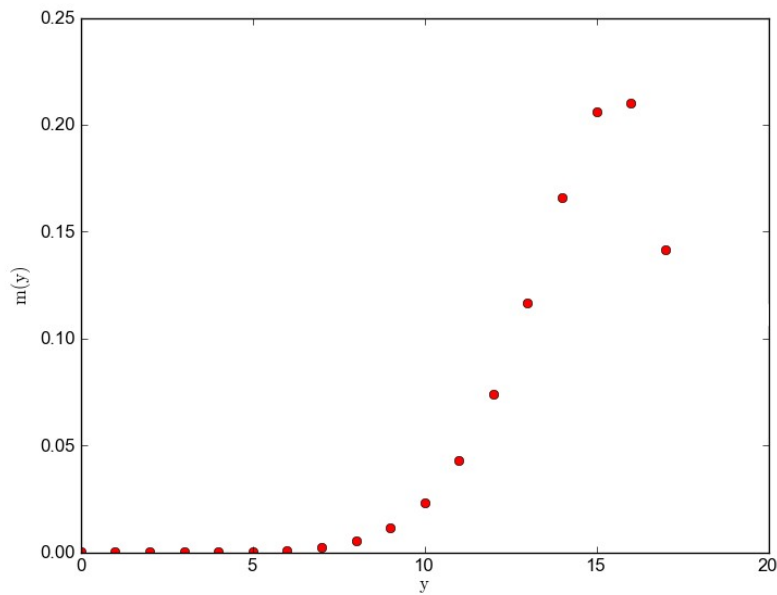
Таблица 2

$z_{1,3}$	17	20	22	23	<b>24</b>	25	26	27
$p(z_{1,3}   N_{t,3})$	0,01	0,07	0,12	0,16	<b>0,17</b>	0,15	0,10	0,04

Рис. 1. Априорное распределение параметра  $\pi_j$  в интервале № 3.Рис.2. Функция правдоподобия  $f(y | \pi_3) = f(y | n, \pi_3)$  для выборки фактических дефектов  $z_{1,3} = 0, 1, 2, \dots, N_{t,3}$  при условии  $n = N_3$ ,  $\pi = \pi_3^* = N_{t,3} / N_3$ .

Маргинальное распределение  $m(y)$  данных  $y = 0, 1, 2, \dots, y_1$ ,  $y_1 = N_{t,3}$  для истинных дефектов в интервале №3 дано на рис. 3.



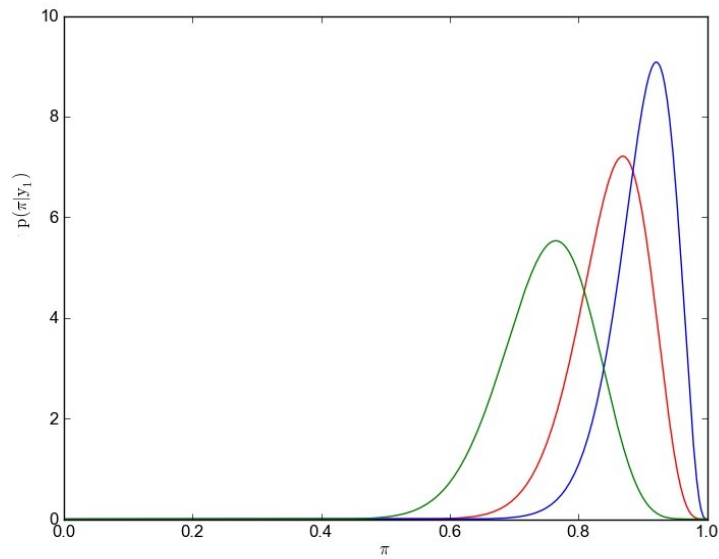


**Рис.3. Маргинальное распределение истинных дефектов в интервале № 3.**

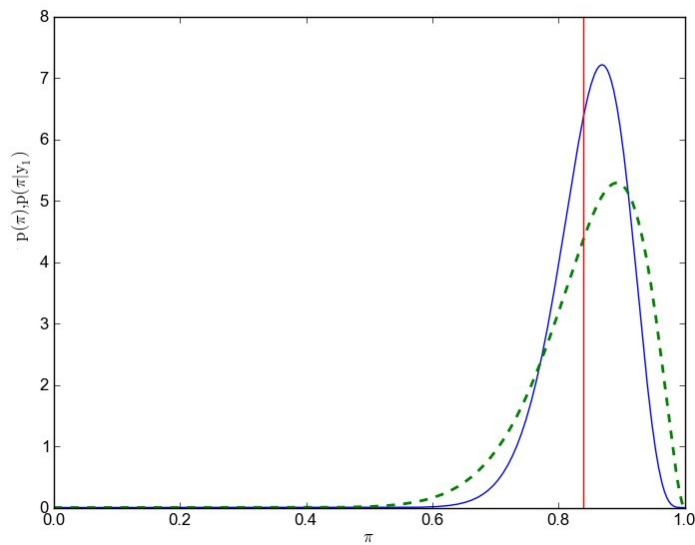
Апостериорное распределение  $p(\pi_3 | N_{t,3})$  базового параметра  $\pi = \pi_3$ , при условии полученной в интервале №3 выборки истинных дефектов размером  $y_1 = N_{t,3}$ , определяется в соответствии с формулой (11) и представлено на Рис.4. Расчеты выполнены для разного числа истинных дефектов: красная линия на Рис.5 соответствует  $N_{t,3}=17$  истинным дефектам, голубая -  $N_{t,3}=18$ , зеленая -  $N_{t,3}=15$ . Видно, что рост числа истинных дефектов  $N_{t,3}$  приводит к увеличению максимального значения апостериорной плотности и сдвигу значений  $\pi_3$  к единице. Возрастает и доля числа истинных дефектов в общем числе обнаруженных.

Сравнение априорной и апостериорной плотностей параметра  $\pi$  дано на Рис.5. Судя по рисунку, для апостериорного распределения характерен эффект сжатия, состоящий в том, что априорные вероятностные массы сдвигаются к априорному среднему значению  $\alpha_j / (\alpha_j + \beta_j) = \pi_3^*$  (этот феномен для других типов задач отмечался в [4,7,8]).

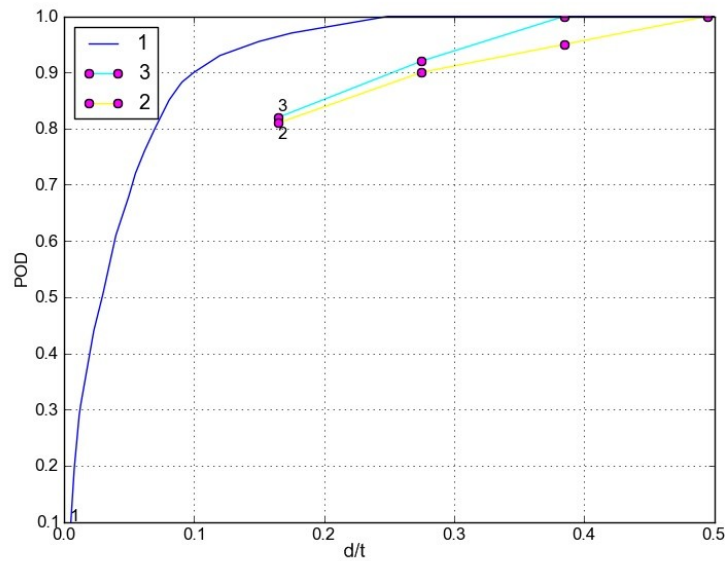
Кривая РТД построена в соответствии с конкретными данными (вариант В Табл.1) и показана на Рис.6. Видно, что Байесовская процедура позволяет уточнять истинное число дефектов по результатам эксперимента.



**Рис.4.** Апостериорная ФПВ  $p(\pi_3 | N_{t,3})$  параметра  $\pi = \pi_3$  для интервала № 3 при условии полученной в интервале выборки истинных дефектов размером  $y_1 = N_{t,3}$ .



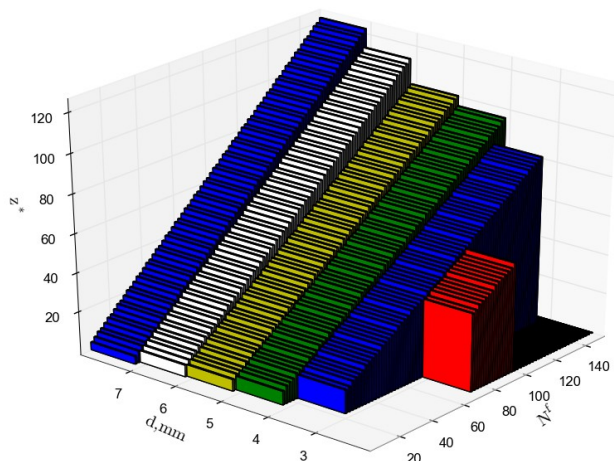
**Рис.5.** Априорное (пунктир) и апостериорное (сплошная линия) распределение параметра  $\pi_j$  для интервала № 3. Вертикалью показано значение  $\pi_3 = \pi_3^*$ .



**Рис.6. Кривая POD, соответствующая Рис.3 API 1163 и проходящая через точку (0,1;0,9) - линия 1; экспериментальная РТД, основанная на данных  $N_{t,j} / N_j$  (см.Табл.1, вариант В) - линия 2; результат Байесовского уточнения экспериментальной РТД для интервалов 2--4 (см.Табл.1, вариант В) -- линия 3.**

**Случай 2.** Рассматривается другой сегмент трубопровода, описанного в *Случае 1*, с исходными данными в Табл.3. Анализ Байесовских оценок для данных по варианту А показывает, что наиболее вероятное число истинных дефектов  $z_{1,j}^* = N_{t,j}^{(p)}$  в интервалах № №2--5 линейно зависит от размера предполагаемой выборки обнаруженных дефектов, однако коэффициенты пропорциональности в интервалах различные.

В интервалах № 6 и № 7 с наибольшей глубиной дефектов отмечается нелинейность (в пределах 9%). Наиболее вероятное распределение истинных дефектов  $z_{1,j}^*$  в зависимости от изменения (в широком диапазоне) размера  $N_j^{(f)}$  ожидаемой выборки обнаруженных дефектов наглядно представлено на 3D-графике Рис.7. Поскольку любые измерительные инструменты (технологии) имеют присущие им ошибки измерения, они могут привести к увеличению / уменьшению числа обнаруженных дефектов. Полученные результаты позволяют учесть эти ошибки и оценить число истинных дефектов на рассматриваемом участке трубопровода.



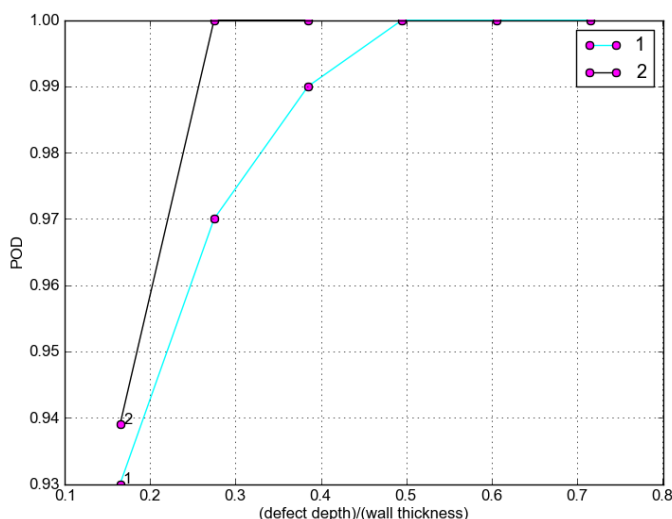
**Рис.7. Наиболее вероятное распределение числа истинных дефектов  $z_{1,j}^*$  по интервалам №№2-:-7 для ожидаемой выборки обнаруженных дефектов размером  $N^{(f)}$  (максимум  $N^{(f)}$  одинаков для всех интервалов, кроме интервала №2).**

Таблица 3

1	Номер интервала по глубине дефекта, $j = 2, \dots, 7$	2	3	4	5	6	7
2	Интервал глубины дефекта, $10^{-3}$ м	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7
3	Число обнаруженных дефектов, $N_j$	68 68	20 33	11 100	9 3	8 1	5 1
4	Число истинных дефектов, $N_{t,j}$	40 63	12 32	7 99	6 3	6 1	4 1
5	Предполагаемый размер выборки обнаруженных дефектов, $N_j^{(f)}$	75 82	27 43	15 130	12 4	11 1	8 1
6	Наиболее вероятное число истинных дефектов, $z_{1,j}^* = N_{t,j}^{(p)}$	44 77	17 43	10 -	8 -	9 -	7 -
7	$N_j^{(f)} / N_j$	1,1 1,2	1,3 1,3	1,4 1,3	1,3 1,3	1,4 1	1,6 1
8	$N_{t,j} / N_j$	0,59 0,93	0,60 0,97	0,64 0,99	0,67 1	0,75 1	0,80 1
9	$N_{t,j}^{(p)} / N_j^{(f)}$	0,59 0,94	0,63 1	0,67 -	0,69 -	0,82 -	0,88 -

Примечание: В строках 3-9 первый ряд чисел относится к случаю А, а нижний ряд - к случаю В.

На Рис.8 показано отношение  $N_{t,j}/N_j$  ( кривая 1), полученное по данным о дефектах в интервалах №№ 2-7 (см.Табл.3) . Байесовское уточнение кривой 1 (отношение  $N_{t,j}^{(p)}/N_j^{(f)}$  ) представлено кривой 2.



**Рис.8. Кривые РТД (по данным Табл.3, вариант В):  
1-экспериментальная; 2- уточненная по Байесу.**

Судя по Рис.6--8, Байесовская процедура дает различные результаты в рассматриваемых интервалах, в зависимости от числа обнаруженных и истинных дефектов. Гибкость предложенного метода позволяет оценивать качество измерений дефектов разных размеров, выполненное различными ВТИ.

### **Заключение**

1. Развитый в статье на основе теоремы Байеса алгоритм уточнения числа истинных дефектов, присутствующих в эксплуатируемом трубопроводе, позволяет :

- оценить наиболее вероятное число истинных дефектов в каждом интервале по глубине дефекта для ожидаемой выборки обнаруженных дефектов при последующей инспекции трубопровода;
- построить 3D- график наиболее вероятного распределения истинных дефектов по интервалам.

2. В широком аспекте рассматриваемый подход дает возможность :

- оценить фактическую массу дискретной вероятностной частицы, а в итоге, и ВО каждого проинспектированного трубопровода как системы;
- корректно представить кривую РТД для каждого ВТ инструмента (используемой технологии измерения дефектов).

3. Для аппроксимации РТД предлагается обобщенная функция  $PTD(d^*)$ , проходящая через три точки  $(d_{th}, 0)$ ,  $(0,1;0,9)$  и  $(d_u, P_u)$ , координаты которых являются существенными переменными.

4.Описанный подход может использоваться при оценке качества ВТ и/или верификационного инструмента и/или конкретного прогона ВТИ при наличии только одного набора измерений.

**Литература**

1. Timashev S.A., Kuzmin A.B. A Powerful Tool for Assessing Locations of Defects Missed-out by ILI // Proceedings of IPC 2004 International Pipeline Conference, Calgary, Alberta, Canada, October 4-8.-2004.
2. Timashev S.A.//Pipeline ILI Quality Metrics// Proceedings of IPC 2004 International Pipeline Conference, Rio de Janeiro, Brazil,-2003.
3. Carlin B.P., Louis T.A. (2008). Bayesian Methods for Data Analysis, Third Edition. Boca Raton, FL: Chapman and Hall.
4. Gamerman H. Markov Chain Monte Carlo, Chapman and Hall, 1997.
5. Gelman A., Caerlin J., Stern H. and Rubin D., Bayesian Data Analysis, Chapman and Hall, 1996.
6. Howson C. And Urbach P.(2005) Scientific Reasoning: the Bayesian Approach (3-rd.Ed.) Open Court Publishing Company.
7. Hamada M.S., Wilson A.G., Reese C.C., Martz H.F. Bayesian Reliability. Springer, 2008, XVI, 436p.
8. Smith J.Q. Decision Analysis – a Bayesian Approach, Chapman and Hall, 1995.
9. Timashev S.A., Malyukova M.G., Poluian L.V., Bushinskaya A.V. // Internet-Oriented Method of Reliability Analysis of On-Shore Pipelines with Growing Defects, IPC 2008-64545, International Pipeline Conference & Exposition, Calgary, Alberta, Canada, September 27-October 2.- 2008.